

门式框架双模态参数共振试验研究

杨浩¹, 丁杭飞², 李遇春^{3,4*}

¹西京学院土木工程学院 陕西西安

²杭州铁路枢纽工程建设指挥部 浙江杭州

³西京学院土木工程学院 陕西西安

⁴同济大学土木工程学院 上海

【摘要】本文通过一个门式框架的参数共振试验,发现了涉及两种振动模态参与的新的参数共振现象。当框架的平面内频率近似等于扭转频率,并且外部周期性激励参数位于结构参数共振的不稳定区域内时,结构系统将发生新奇的双模态参数共振。在不稳定域内观察到四种不同的参数共振现象,第一种现象是单模态扭转参数共振,其特征为大振幅的扭转共振和较小的不规则平面内振动;第二、三种现象是双模态参与的同相位和异相位参数共振,其中大振幅平面内和扭转模式运动分别表现出同步和异步行为,这两种模式运动之间存在显著的耦合和能量传递;第四种现象是双模态非耦合参数共振,其特征是振幅相对较小,双模运动之间没有相互作用或能量交换,平面内振动表现出间歇性的参数共振,而扭转模态参数共振保持相对稳定的极限环振荡。本文进一步讨论了不稳定区域内不同位置的结构参数共振的特征。复杂的双模态参数共振对实际工程结构可能构成潜在的危害,本文的试验发现可为复杂非线性参数共振的潜在技术应用提供参考。

【关键词】双模态; 参数共振; 试验; 门式框架; 耦合/非耦合

【收稿日期】2024 年 11 月 8 日

【出刊日期】2024 年 12 月 20 日

【DOI】10.12208/j.pstr.20240008

Experimental investigation of two-mode parametric resonance in a portal frame

Hao Yang¹, Hangfei Ding², Yuchun Li³

¹College of Civil Engineering, Xijing University, Xi'an, Shaanxi

²Hangzhou Railway Hub Project Construction Command Center, Hangzhou, Zhejiang

³College of Civil Engineering, Xijing University, Xi'an, Shaanxi

⁴College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai

【Abstract】This paper discovers new parametric resonance phenomena involving two vibration modes through a parametric resonance test of a portal frame. When the in-plane frequency of the frame is approximately equal to the torsional frequency, and the external periodic excitation falls within the instability region of structural parametric resonance, special two-mode parametric resonances occur in the structural system. Four distinct parametric resonance phenomena are observed within the instability domain. The first type is the one-mode torsional instability, characterized by a predominant large-amplitude torsional resonance with minor irregular in-plane vibrations. The second and third types are the two-mode in-phase and out-of-phase instabilities, where the large-amplitude in-plane and torsional mode motions exhibit synchronous and asynchronous behavior, respectively. There are significant coupling and energy transfer between these two mode motions. The fourth type is the two-mode uncoupled parametric resonance, characterized by relatively smaller vibration amplitude and no interaction or energy exchange between the two mode motions. The in-plane mode motion demonstrates intermittent parametric resonance, whereas the

作者简介: 杨浩(2000-), 男, 湖北黄冈, 西京学院硕士研究生

*通讯作者: 李遇春(1962-), 男, 湖北武汉, 西京学院/同济大学, 教授, 博士, 研究方向: (水工)结构动力学

torsional-mode parametric resonance maintains a relatively stable limit-cycle oscillation. The characteristics of parametric resonance at different locations within the instability region are also addressed. The complex two-mode dynamic instabilities pose potential hazards to practical engineering structures. The present study can serve as a valuable reference for potential applications of complex nonlinear parameter resonances.

【Keywords】 Two-mode; Parametric resonance; Experiment; Portal frame; Coupling/Decoupling

对于简单梁结构的参数共振问题, 现有的理论和实验研究^[1-4]大多集中在单模态的主参数共振, 即: 当外部周期激励的频率大约是梁结构的第 i 阶固有频率的两倍时, 结构可能发生第 i 阶模态的主(次谐波)参数共振。当梁结构的固有频率表现出倍关系时, 该结构可能经历二模态(或三模态)组合参数共振。Dwivedy & Kar^[5,6]研究了在垂直基座激发下, 在任意位置附着质量的细长梁双模态组合参数共振和內共振; 随后, Dwivedy & Kar^[7,8]进一步研究了该细长梁的三模态参数共振; 最近, Jin 等^[9]研究了柔性粘弹性梁在纵向模态与横向模态相互作用下的自参数共振。

具有两种(或三种)模态参与的组合共振和内部共振属于非线性动力学行为。尽管在该领域有一些理论分析, 但还缺乏相关的实验观察和研究。

在本文中, 我们考虑这样一个门式刚架, 其中有两个近似相等的模态频率, 使得 $f_i \approx f_k (i \neq k)$ 和外部激励频率 $f \approx 2f_i \approx 2f_k$, 在结构系统中会发生什么样的参数共振现象? 本文在这一特定的门式刚架上进行了参数共振实验, 揭示了一个现有文献中尚未发现的一种新奇双模态参数共振现象。复杂的双模参数共振对实际工程结构构成了潜在的危害, 同时也蕴藏了可能的工程应用前景。

1 试验模型与模态频率

门式框架 OABC 及其尺寸如图 1 所示, 框架由直径 1.02mm 的钢丝制成, 材料质量密度为 7850kg/m^3 , 通过对由相同钢丝制成的悬臂梁进行自由振动试验, 预先确定钢丝的弹性模量为 $1.71 \times 10^{11}\text{Pa}$ 。框架的 O 端和 C 端分别夹持(固支)在振动台上的两个夹具上(参见图 3)。由陶土制成的两个集中质量附着在框架的 A 点和 B 点上。图 2 显示门式框架的前三阶振动模态, 即: 面外振动模态、面内振动模态和扭转振动模态, 对应的模态频率分别为 f_o, f_i 和 f_t 。当对振动台在 y 方向施加周期位移激励 $y(t) = y_0 \cos(2\pi ft)$ (其中 y_0 和 f 分别为激励幅值和频率), 激励频率分别设为 $f \approx 2f_o, f \approx 2f_i$ 和 $f \approx 2f_t$ 时, 门式框架将分别经历面面外模态、面内模态和扭转模态的主参数共振, 它们均为单模态的主参数共振。如果我们将模型的面内频率 f_i 和扭转频率 f_t 设计为: $f_i \approx f_t$, 并且当 $f \approx 2f_i$ 时, 该结构将发生怎样的参数共振?

当集中质量 A 和 B 调整为 5.0 g 时, 可采用有限元法计算出门式刚架的面内频率和扭转频率, 如表 1 所示。然后使用自由振动法测量面内频率和扭转频率, 也列于表 1, 从表 1 可以看出, 数值频率与实验频率非常吻合, 且有: $f_i \approx f_t$ 。

表 1 采用数值和实验两种方法得到的面内频率和扭转频率

面内频率 f_i / Hz		面内频率 f_t / Hz	
理论值	实验值	理论值	实验值
7.606	7.880	7.607	7.860

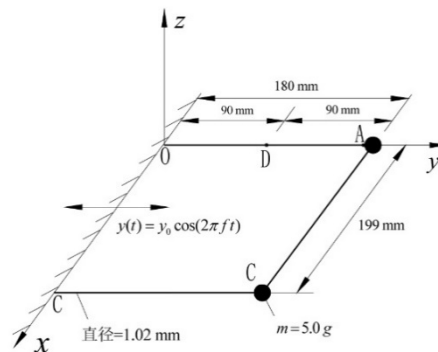


图 1 门式框架模型示意图

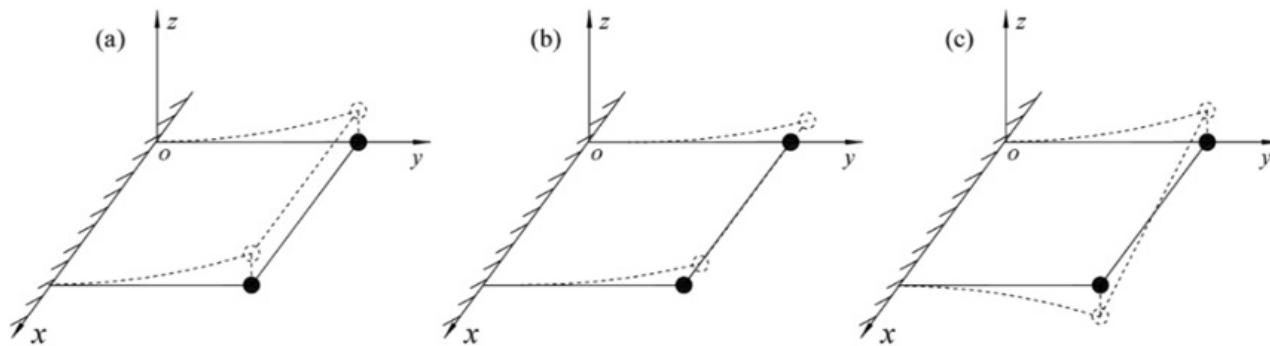


图2 门式框架的前三种振动模态形状 (a) 面外模态, (b) 面内模式, (c) 扭转模态

2 四种参数共振现象

实验装置如图3所示, 相应的试验模型照片如图4所示。一个正弦信号由信号发生器(EM32003B)产生, 然后由功率放大器(HEA-500G)放大, 最终用于驱动激励器(HEV-500)和振动台, 振动台的位移信号由激光位移传感器3(HL-G112-S-J)捕获,

激光位移传感器1和2分别用于测量框架A点和D点的x和z方向位移, 即传感器1和2分别用于测量面内和扭转共振响应, 来自三个位移传感器的激光信号由数据采集仪(INV306U-a)同时采集, 由信号分析仪(INV306U)进行处理, 随后由计算机进行监测和记录。

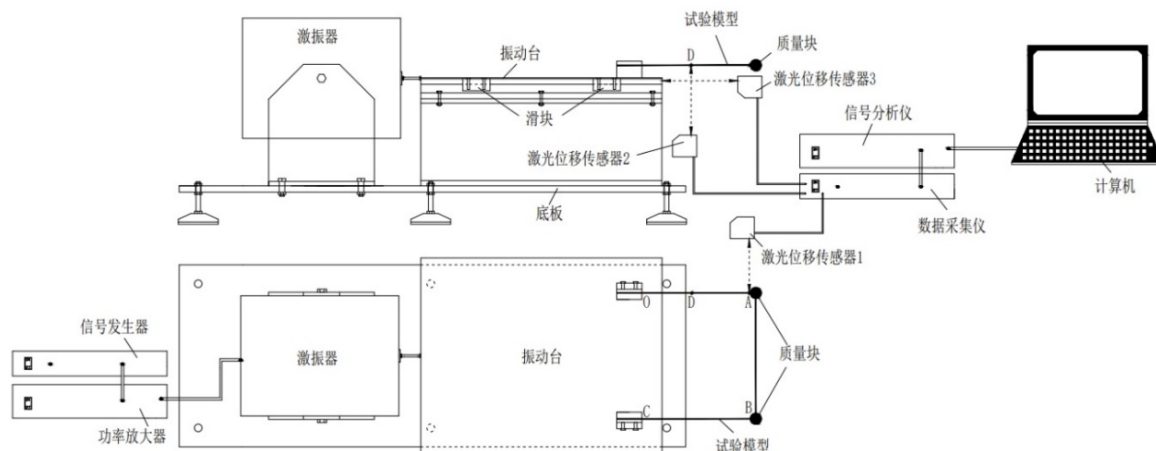


图3 实验装置原理图

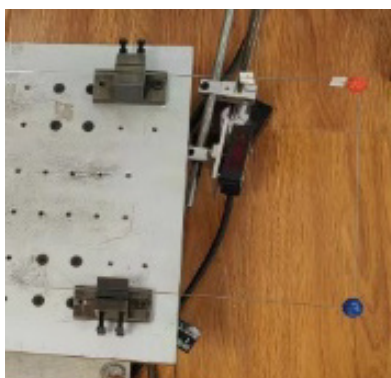


图4 试验模型实拍图

在发生参数共振的激励范围内, 我们观察到以下四种典型的参数共振现象。

2.1 单模态扭转参数共振 (工况 1)

在本次工况下, 测得的振动台时程曲线如图 5 所示, 从中确定位移激励的幅度和频率分别为 $y_0 = 1.33 \text{ mm}$ 和 $f = 15.50 \text{ Hz}$ ($f \approx 2f_i \approx 2f_i$)。在该周期激励下, 门式框架发生单模扭转参数共振。测量的结构响应如图 6 (a) 和 (b) 所示。相应的

参数共振视频见链接

https://www.bilibili.com/video/BV1bw4m1U7f2/?vd_source=d8ee7844d4b6ea912ceaedf5387c1596。根据测量结果和振动视频可以观察到, 框架的响应频率等于激振频率的一半, 这表明该结构经历了主 (1/2 次谐波) 参数共振。在这种情况下, 失稳运动主要表现为扭转参数共振, 并伴有轻微的不规则面内振动。

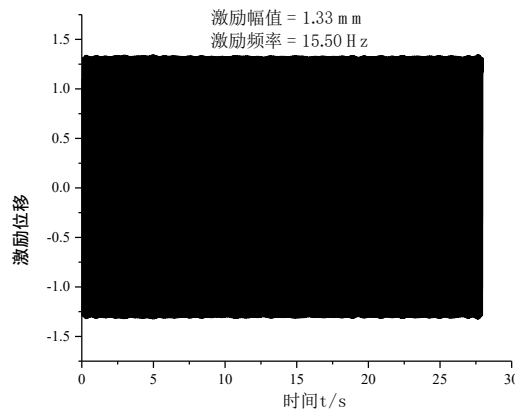


图 5 测得的振动台位移时程 (工况 1)

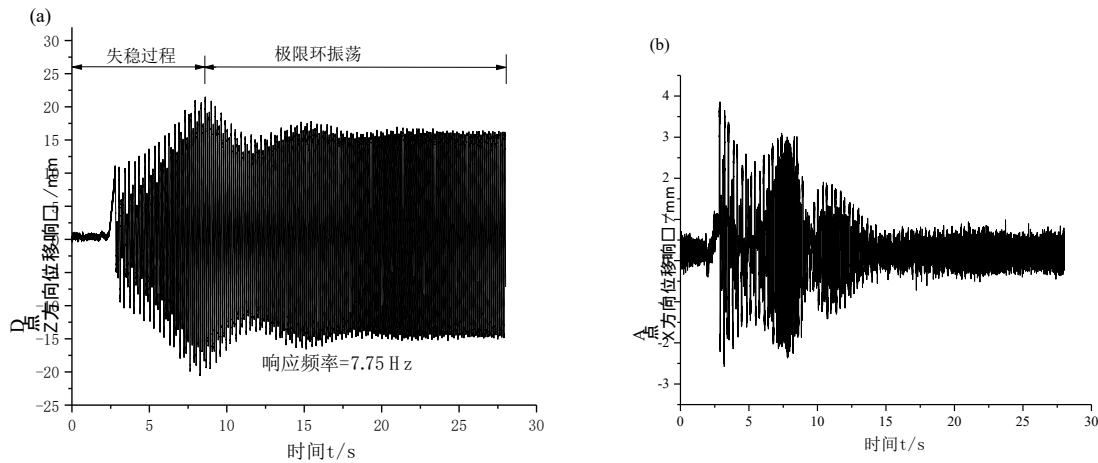


图 6 单模态扭转参数共振的实测结果 (a) 扭转模态响应。(b) 面内模态响应

2.2 双模态同步参数共振 (工况 2)

此工况振动台时程响应如图 7 所示, 其位移激励幅值为 1.02 mm , 频率为 15.70 Hz 。结构响应测量结果如图 8 (a) ~ (d) 所示。相应的视频可见 https://www.bilibili.com/video/BV1UU411o7Ua/?vd_source=d8ee7844d4b6ea912ceaedf5387c1596。在此工况下, 扭转模态振动很容易被激发, 当施加初始扭转位

移 (Z 方向位移) 时, 结构经历扭转失稳, 然后是 X 方向平面内动力失稳 (参见图 8(b))。随后, 两种模态运动均进入幅值波动的极限环振荡 (见图 8(c)), 其运动幅度均出现波动。如图 8(d)所示 (部分放大的细节), 两个模态运动是同相的, 表明它们之间存在相互作用。两模态运动的频率为 7.85 Hz , 为激振频率的一半, 表明结构发生了双模态参数共振。可见,

单个激励可以同时诱导两种模态的参数共振。

需要注意的是, Z 方向的大扭转幅值, 导致框架梁上的测量点 A 在扭转幅值达到最大值时, 超出了激光位移传感器 1 的测量范围, 导致 A 点在

X 方向的测量位移值出现削峰现象, 如图 8(d)所示, 无法测量到 A 点在 X 方向上的峰值位移值。但我们仍然能从测量曲线中辨别出双模参数共振的运动特性。

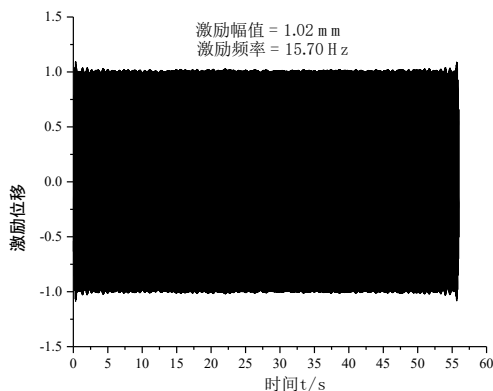


图 7 测得的振动台位移时程 (工况 2)

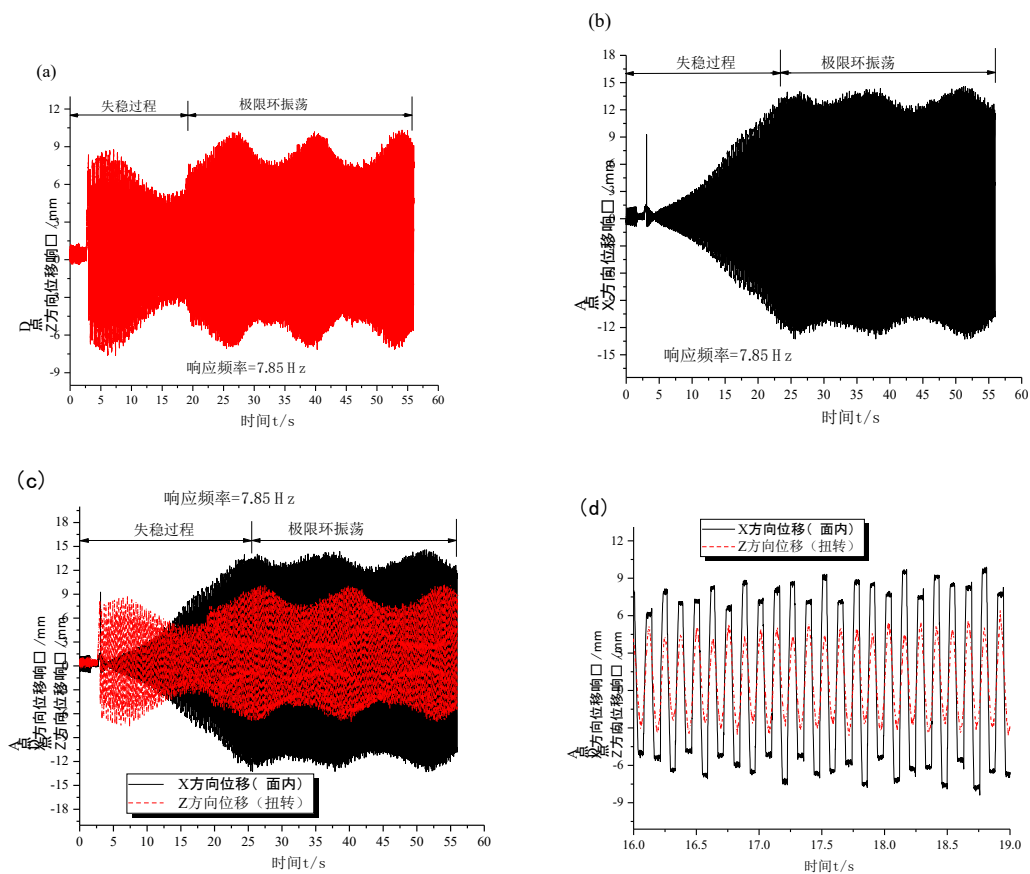


图 8 双模态同步参数共振的实测结果

(a) 扭转模态响应; (b) 面内模态响应; (c) 两种模态响应比较; (d) 两模态运动的相位比较

2.3 双模态异步参数共振 (工况 3)

此工况下, 由图 9 确定位移激励的幅值和频率

分别为 $y_0=1.56\text{ mm}$, $f=15.86\text{ Hz}$, 在周期激励下, 结构经历强烈而复杂的振动。测量的结构响应如图 10 所示, 其参数共振的相应视频可见 [https://www.](https://www.bilibili.com/video/BV1Cw4m1D7Q2/?vd_source=d8ee7844d4b6ea912ceaedf5387c1596)

[bilibili.com/video/BV1Cw4m1D7Q2/?vd_source=d8ee7844d4b6ea912ceaedf5387c1596](https://www.bilibili.com/video/BV1Cw4m1D7Q2/?vd_source=d8ee7844d4b6ea912ceaedf5387c1596)

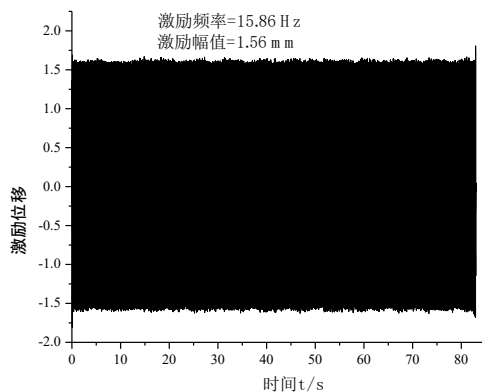


图 9 振动台的实测位移时程曲线 (工况 3)

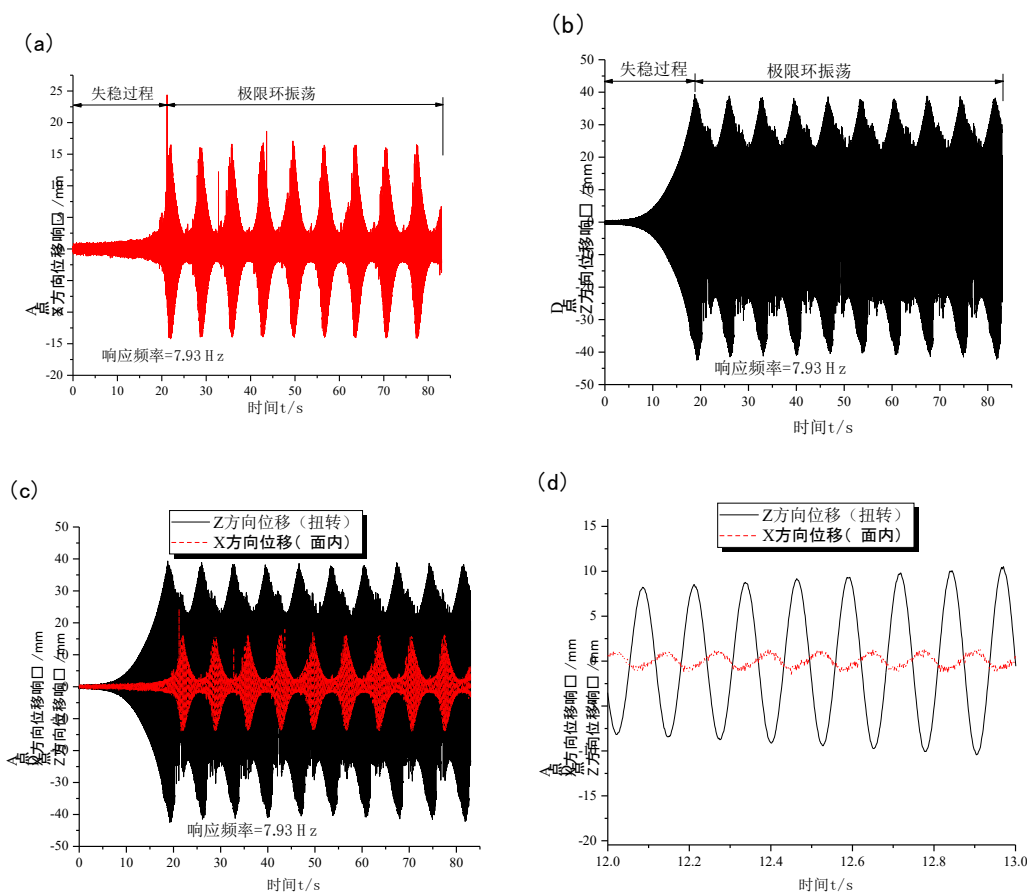


图 10 双模态异步参数共振的实测结果

(a) 面内模态响应; (b) 扭转模态响应; (c) 两种模态响应比较; (d) 两模态运动的相位比较

根据测量结果和振动视频, 从图 10 (a) 和 (b) 中可以观察到, 框架的响应频率等于激励频率的一半,

表明是双模态主(1/2次谐波)参数共振。从图 10(c)和(d)中可以明显看出,两种模态运动表现出相反的相位关系,面内共振和扭转共振(动力不稳定)先后发生,随后两模态运动迅速演化为极限环振荡,两种模态运动交替发生,其中一种模态振幅减小,而另一种模态振幅增大。此情况下,结构的振动幅值明显很大,表明两种模态运动之间存在强烈的相互作用和能量交换。

在此情况下,扭转和平移位移幅值都很大。当位移幅值接近其最大值时,框架上的测量点 A 和 D 超出了激光位移传感器的测量范围,导致被测位移在 A 点(X方向)和 D 点(Z方向)处出现削峰现象,使得无法测量其当时的最大幅值。尽管如此,我们还是

可以从测量曲线中判断出双模参数共振的相位特性。

2.4 双模态非耦合参数共振(工况 4)

此工况位移激励的振幅和频率分别为 $y_0=1.74$ mm 和 $f=15.90$ Hz,如图 11 所示。结构响应的测量结果如如图 12 所示。相应的视频见 https://www.bilibili.com/video/BV1Cz421Y7si/?vd_source=d8ee7844d4b6ea912ceadf5387c1596。在此工况下,共振幅度相对较小,并且两种共振模式之间没有可观察到的相互作用或能量传递。面内模态运动表现为间歇性参数共振,其特征是参数共振发生后,振动幅值向零快速衰减,随后再次循环发生参数共振。相比之下,扭转模态参数共振则保持相对稳定的极限环振荡。

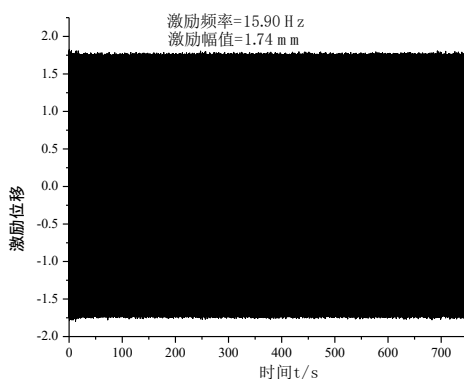


图 11 振动台的实测位移时程曲线(工况 4)

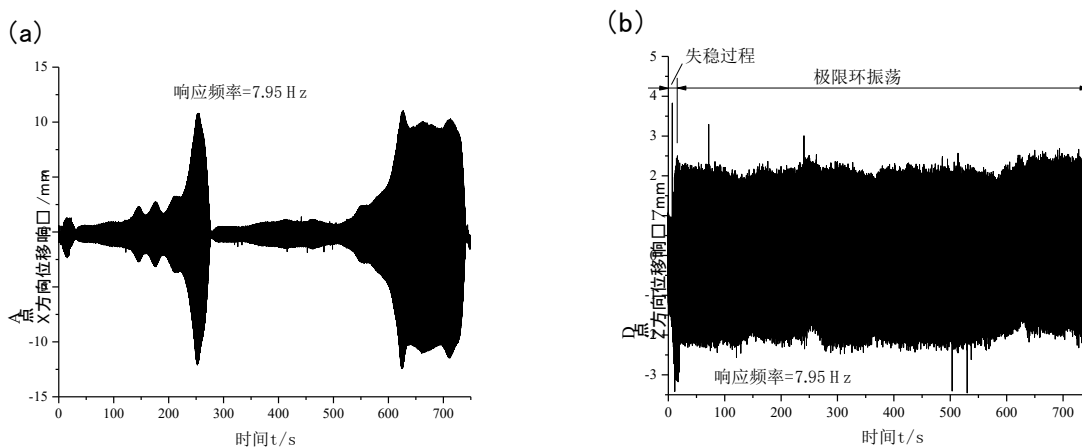


图 12 双模非耦合参数共振的测量结果 (a) 面内模态响应; (b) 扭转模态响应

3 试验失稳边界(不稳定区域)

失稳边界的实验值是通过保持固定的激励频

率,并仔细调整激励幅度直到框架出现或消失不稳定运动,激励幅值的步长很小。将与不稳定运动相

邻的幅值（对应于稳定运动）视为边界激励幅值，然后得到所测激振位移的频率和幅值，作为失稳边界的坐标点。图 13 显示了测量的失稳边界（实体方块）及其相应的拟合曲线（红色实线）。这个失稳边界与现有的参数共振边界^[10, 11]非常相似。

根据实验现象可以观察到，在不稳定区域左边

界附近，结构首先容易发生扭转参数共振，以扭转振动为主；在失稳区右边界附近，容易先发生结构的面内参数共振，但面内振动幅值不稳定，后期容易触发（强烈的）扭转参数共振。在失稳区域中部，易同时出现双模态参数共振，两模态运动显示了相互作用和能量交换。

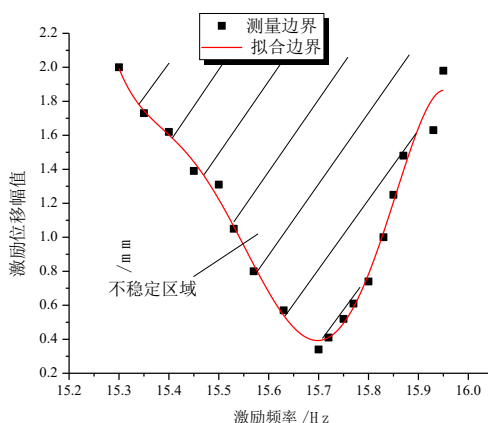


图 13 测定的失稳边界

4 结论

本文通过对一个门式框架进行参数共振试验，发现了一种新的双模参数共振现象。

如果框架的面内频率 f_i 近似等于其扭转频率 f_t ，且外部激励处于结构参数共振的不稳定区域，则门式框架表现出四种不同类型的参数共振：（1）单模态扭转参数共振；（2）双模态同相位参数共振；（3）双模态异相位参数共振；（4）双模态不耦合参数共振。

测量的不稳定边界本质上类似于已有参数共振中观测到的不稳定边界。在失稳区左边界附近，结构容易发生单模态扭转参数共振，结构主要表现为扭转共振，并伴有轻微的不规则面内振动。在失稳区中间，两模态的同相位和异相位大振幅参数共振很容易同时发生，导致两模态运动之间存在明显的相互作用和能量交换。相反，在不稳定区右边界附近，两模不耦合参数共振表现出相对较小的振幅，无模态相互作用或能量交换，面内模态运动表现为间歇性的参数共振。

双模态参数共振涉及不同模态之间的强烈非线性相互作用。其动力学机理需要进一步的理论与试

验研究。本文所揭示的非线性动力学现象，可能会在某些物理和工程领域会产生潜在的应用前景。

参考文献

- [1] Bolotin V.V. The dynamic stability of elastic systems [M]. San Francisco: Holden Day, 1964.
- [2] Nayfeh A.H, Mook D.T. Nonlinear oscillations [M]. John Wiley & Sons, 2008.
- [3] Li Y., Gou H, Zhang L, Chang C. Auto-parametric resonance of framed structures under periodic excitations Struct [J]. J. Eng. Mech, 2017, 61(4):497-510.
- [4] Liu W, Guan Z, Zhang S, Li Y. Numerical and experimental investigation on auto-parametric resonance of multi-system structures [J]. Int. J. Mech. Sci, 2023, 259:108591.
- [5] Dwivedy S. K, Kar R. C. Dynamics of a slender beam with an attached mass under combination parametric and internal resonances. Part I: steady state response [J]. J. Sound Vib, 1999, 221(5): 823-848.
- [6] Dwivedy S. K, Kar R. C. Dynamics of a slender beam with an attached mass under combination parametric and internal resonances. Part II: periodic and chaotic responses [J]. J.

- Sound Vib, 1999, 222(2): 281-305.
- [7] Dwivedy S. K, Kar R. C. Non-linear dynamics of a slender beam carrying a lumped mass under principal parametric resonance with three-mode interactions [J]. Int. J. Non-Linear Mech, 2001, 36: 927-945.
- [8] Dwivedy S. K, Kar R. C. Simultaneous combination, principal parametric and internal resonances in a slender beam with a lumped mass: three-mode interaction [J] J. Sound. Vib, 2001, 242(1): 27-46.
- [9] Jin Q., Yuan F. G, Ren Y. Auto-parametric resonance of flexible viscoelastic beams under interaction between longitudinal and transverse modes Chaos [J]. Solitons and Fractals, 2023,174: 11388.
- [10] Li Y., Liu W., Shen C., Yang X. Experimental and Numerical Analyses for Auto-Parametric Internal Resonance of a Framed Structure [J]. International Journal of Structural Stability and Dynamics, 2021,21(1):2150012(18 Pages)
- [11] Li Y., Shen C., Que Z. Vector form intrinsic finite element analysis for nonlinear parametric resonances of planar beam structures [J]. J. Sound. Vib, 2024, 584:118438.

版权声明: ©2024 作者与开放获取期刊研究中心(OAJRC)所有。本文章按照知识共享署名许可条款发表。

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



OPEN ACCESS